

Guia 25

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE
MEDIÇÃO



EM ENSAIOS DE MATERIAIS DE
CONSTRUÇÃO



Associação de Laboratórios Acreditados de Portugal

Guia RELACRE 25

EDIÇÃO: MAIO 2013

**ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE
MEDIÇÃO**



**EM ENSAIOS DE MATERIAIS DE
CONSTRUÇÃO**



A presente edição foi elaborada pela

COMISSÃO TÉCNICA RELACRE CTR09

“MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO”

O conteúdo deste documento é da responsabilidade dos especialistas, membros da referida CTR, que colaboraram na sua elaboração.

É intenção da RELACRE proceder à revisão deste documento sempre que se revele oportuno.

Na elaboração da presente edição colaboraram:

José Neves (<i>Presidente</i>)	IST
João André	APEB
Rui Simões	APEB
Adriano Teixeira	CICCOPN
Eduardo Neves	CICCOPN
Rui Costa	CICCOPN
Paulo Alarcão	CIMPORTEC
Filipe Ferreira	CTCV
Valente Almeida	CTCV
José Correia	GEOCONTROLE
Carla Pais	GEOPLANO
Isa Gregório	GEOTEST
Mariana Rosa	GEOTEST
Rogério Sousa	IPT
Andreia Matias	LEMO
Vera Curado	LEMO
Ana Luísa Sá	LENA
João Esteves	LENA
Miguel Rola	LENA
Paula Nogueira	LENA
Ana Cristina Freire	LNEC
Anabela Maia	LNEC
Rui Nogueira	LNEC
Sofia Ribeiro	LNEC
Carla Sousa	MOTA-ENGIL
Jorge Ribeiro	MOTA-ENGIL

Um agradecimento especial é dirigido ao Eng. Carlos Sousa (ex-Diretor do CATIM) e ao Doutor Álvaro Ribeiro (Presidente do Conselho de Administração da RELACRE, Investigador e Chefe do Núcleo de Qualidade Metrológica do LNEC) pela revisão final do documento.

Ao Laboratório Regional de Engenharia Civil dos Açores é dirigido igualmente um agradecimento pelos importantes comentários enviados durante o período de discussão pública.

FICHA TÉCNICA

TÍTULO:

Guia RELACRE 25

Estimativa da incerteza de medição
em ensaios de materiais de construção

EDIÇÃO: RELACRE

ISBN: 978-972-8574-16-1

ÍNDICE DA PARTE I

1. OBJETIVO E ÂMBITO.....	6
2. REFERÊNCIAS.....	7
3. CONCEITOS	7
4. METODOLOGIA DE ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO	9
PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA.....	9
PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA.....	10
PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA.....	12
PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA.....	16
PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA.....	19
5. APRESENTAÇÃO DA INCERTEZA	20
ANEXO – DISTRIBUIÇÃO T- <i>STUDENT</i> [6].....	22

ÍNDICE DA PARTE II

Exemplo 1: Solos – Determinação do teor em água

Exemplo 2: Solos – Ensaio de compactação

Exemplo 3: Agregados – Ensaio de equivalente de areia

Exemplo 4: Agregados – Determinação da resistência à fragmentação – Los Angeles

Exemplo 5: Betão – Resistência à compressão de provetes de ensaio

Parte I – Metodologia

1. OBJETIVO E ÂMBITO

O objetivo do presente guia é fornecer orientações sobre o procedimento a seguir na estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção, nomeadamente nos ensaios de betões, agregados, solos, materiais betuminosos e ensaios de campo. De notar que a estimativa da incerteza de medição está associada a ensaios quantitativos, já que para os ensaios de natureza qualitativa não se coloca, naturalmente, esta necessidade.

Este documento foi elaborado no âmbito das atividades da Comissão Técnica CTR09 – Materiais de Construção – e baseia-se no guia “Guide to Measurement Uncertainty for Construction Materials Testing” publicado pela National Association of Testing Authorities, Austrália (NATA) [1].

Existem várias abordagens possíveis para a estimativa da incerteza de medição. O presente guia descreve apenas uma dessas metodologias, por se considerar como a mais recomendada, quando aplicável, à estimativa da incerteza da generalidade dos ensaios de materiais de construção. No entanto, compete ao laboratório assegurar que em cada caso, na estimativa da incerteza de medição, a abordagem seguida e os dados utilizados são os mais adequados.

O guia é constituído por duas partes: a primeira parte – Parte I – descreve a metodologia de estimativa da incerteza; a segunda parte – Parte II - apresenta 5 exemplos de aplicação da metodologia selecionados dentro de cada material – solos, agregados e betão – em que cada exemplo foi desenvolvido individualmente por cada um dos grupos de trabalho, tendo como suporte comum uma folha de cálculo desenvolvida em Microsoft Excel 2010:

- Exemplo 1 – Solos. Determinação do teor em água (NP-84: 1965)
- Exemplo 2 – Solos. Ensaio de compactação (LNEC E 197-1966)
- Exemplo 3 – Agregados. Ensaio de equivalente de areia (NP EN 933-8: 2002)
- Exemplo 4 – Agregados. Determinação da resistência à fragmentação – Los Angeles (NP EN 1097-2: 2011)
- Exemplo 5 – Betão. Resistência à compressão de provetes de ensaio (NP EN 12390-3: 2011)

Este documento constitui a primeira edição do guia. No futuro, espera-se proceder a atualizações deste guia com o objetivo de melhorar e completar não só a descrição da metodologia de estimativa da incerteza, mas também os exemplos de cálculo apresentados, nomeadamente acrescentar exemplos relativos a outros ensaios de materiais de construção.

2. REFERÊNCIAS

[1] NATA – “Guide to measurement uncertainty for construction materials testing – A simplified approach”, 2011

http://www.nata.asn.au/phocadownload/publications/Field_Updates/CMT/CMT-MU-GUIDE.pdf

[2] EA 4/16 – “Guidelines on the expression of uncertainty in quantitative testing”, 2003

<http://www.european-accreditation.org/n1/doc/ea-4-16.pdf>

[3] JCGM 100:2008 – Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM 1995 with minor corrections)

[4] VIM – Vocabulário internacional de metrologia, 3ª edição, IPQ 2008

[5] LNEC – Teoria e prática da avaliação da incerteza nas medições, Relatório 44/03, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2003

[6] G104 – A2LA – Guide for estimation of measurement uncertainty in testing, 2002

http://www.a21a.org/guidance/est_mu_testing.pdf

3. CONCEITOS

Os conceitos adotados neste guia são exatamente os que estão definidos nos documentos de referência [1, 2, 3, 4 e 5]. O que se pretende com este documento é apenas rever e clarificar, no estritamente essencial, não só os referidos conceitos, mas também os princípios associados à metodologia geral de estimativa da incerteza. A utilização deste guia não dispensa a consulta daqueles documentos de referência.

Entendendo-se por mensuranda a grandeza que vai ser medida num determinado processo de medição, então define-se incerteza de medição como o “parâmetro não-negativo que caracteriza a dispersão dos valores da grandeza que são atribuídos à mensuranda a partir das informações usadas” [4]. Por exemplo, esse parâmetro pode ser um desvio-padrão ou a largura de um intervalo de confiança.

É sabido que qualquer mensuranda depende de outras grandezas que devem ser entendidas também como mensurandas, dependentes por sua vez de outras mensurandas através de determinadas relações funcionais entre si. Significa que, na prática, a incerteza de medição pode ser influenciada, direta ou indiretamente, por outras grandezas designadas por fontes de incerteza. Desta forma, para avaliar a incerteza global é necessário considerar a correspondente contribuição individual de cada fonte, ou seja, a componente da incerteza. Se essa componente é quantificada através de um desvio-padrão, então atribui-se a designação de incerteza padrão. Consideram-se dois tipos de incerteza padrão: incerteza padrão do Tipo A, quando a incerteza resulta da avaliação estatística de uma série de observações; incerteza padrão do Tipo B, se realizada por outros métodos.

A incerteza global do resultado da medição – incerteza padrão combinada – é um intervalo de confiança que resulta da combinação de todas as componentes de incerteza através da lei de propagação da incerteza. A incerteza final associada ao valor da mensuranda – incerteza expandida – é um intervalo obtido pela multiplicação da incerteza padrão combinada por um fator designado por fator de expansão, que traduz o grau de confiança desejado para o intervalo dentro do qual se pretende encontrar o valor da mensuranda, que normalmente é 95%.

O conceito de incerteza é completamente distinto do conceito de erro (determinístico): diferença entre um resultado individual e o correspondente valor verdadeiro. A incerteza é um conceito idealizado e não pode ser conhecido com exatidão (probabilístico). Erro, por sua vez, é um valor único, eventualmente resultante de uma componente aleatória – erro aleatório – e/ou de uma componente sistemática – erro sistemático – enquanto que a incerteza representa um intervalo de valores. Podem existir, obviamente, outros tipos de erros ocasionais que invalidam a medição e que resultam, tipicamente, de falha humana ou de incorreto funcionamento dos equipamentos. Assim, a incerteza do resultado de uma medição não pode ser interpretada como representando o próprio erro.

Por tudo aquilo que será abordado neste guia, a associação da incerteza ao conceito geral de dúvida, que por vezes também é estabelecida, é completamente desajustada pois, antes pelo contrário, a estimativa da incerteza de medição é um processo que obriga a um conhecimento aprofundado, o mais possível, do método de ensaio associado à obtenção da mensuranda. O conhecimento da incerteza não significa que há dúvidas sobre a validade de uma medição, mas é antes revelador de uma confiança acrescida que se tem em relação ao resultado dessa medição.

4. METODOLOGIA DE ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

A metodologia apresentada neste guia sobre a estimativa da incerteza de medição de determinada mensuranda obtida num ensaio consiste sumariamente nos seguintes passos principais:

- 1) Passo 1 – Especificação da mensuranda
- 2) Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza
- 3) Passo 3 – Quantificação da incerteza padrão para cada fonte de incerteza
- 4) Passo 4 – Cálculo da incerteza combinada
- 5) Passo 5 – Cálculo da incerteza expandida

De forma a permitir uma melhor compreensão da aplicação da metodologia de estimativa da incerteza, foi efetuada a respetiva demonstração ao exemplo da determinação do teor em água de solos pelo método da secagem em estufa segundo a norma Portuguesa NP-84: 1965. Este é um dos exemplos – Exemplo 1 – apresentado na Parte II deste guia. Sempre que for apresentado o exemplo, utiliza-se uma caixa de fundo cinzento para se diferenciar do texto principal do guia.

Passo 1 – Especificação da mensuranda

Depois de se perceber o método de ensaio em relação ao qual se pretende estimar a incerteza de medição, a primeira abordagem é a especificação da mensuranda, ou seja, a identificação da grandeza que está a ser medida, muitas vezes indicada no nome da norma ou especificação ou consistindo no resultado final a indicar no relatório/boletim de ensaio.

Sempre que a mensuranda resultar de um processo de cálculo, a expressão matemática que lhe está associada deve ser claramente conhecida.

Exemplo

Na determinação do teor em água de uma amostra de solo, a mensuranda é o teor em água (w) que é o valor, expresso em percentagem, que resulta do seguinte cálculo:

$$w = \frac{\text{massa de água}}{\text{massa de solo seco}} \times 100$$

Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza

A identificação das fontes de incerteza é um importante passo a considerar em todos os métodos de ensaio, quer seja ou não necessário reportar a incerteza de medição (de notar, conforme já foi salientado na introdução, que nos ensaios qualitativos não há a necessidade de estimar a incerteza de medição). As fontes de incerteza devem ser independentes entre si, de forma a evitar a dupla contribuição de alguma fonte de incerteza e também a simplificar o processo de cálculo da incerteza combinada, como se verá mais adiante.

O processo de identificação das fontes de incerteza exige uma análise aprofundada do método de ensaio, de forma a identificar todas as grandezas de influência, não só as que são diretas mas também qualquer outra de natureza indireta, como por exemplo de natureza técnica, ambiental, humana, etc. Para isso, recomenda-se percorrer todo o método de ensaio, identificando cada passo a seguir e listando todas as medições que é necessário realizar. Sempre que a mensuranda resulta de um processo de cálculo, a análise da expressão matemática que lhe está associado pode ser também um bom ponto de partida para a identificação das medições que é necessário efetuar e que podem ser potenciais fontes de incerteza.

O arredondamento do resultado final, independentemente de ser ou não especificado na norma de ensaio aplicável, deverá ser considerado como fonte de incerteza. Os arredondamentos resultantes de medições ou leituras em passos intermédios da realização de um ensaio, em regra geral, não se consideram como fontes de incerteza, desde que a contribuição dos respectivos equipamentos de medição seja contemplada no balanço global da incerteza do ensaio (por exemplo através da consideração da incerteza de calibração de um equipamento), pelo que tal consideração consistiria assim numa redundância.

De salientar que a estimativa da incerteza de medição não deve ter em linha de conta erros grosseiros do operador. Para isso, é importante seguir bem o método de ensaio para que este tipo de erros não afete o resultado final. Para garantir esta recomendação, assume grande importância a validação de métodos e a qualificação dos operadores.

Quando os dados resultantes de um ensaio são utilizados noutra ensaio, então a incerteza associada aos dados do primeiro ensaio deve ser considerada na estimativa da incerteza do segundo ensaio. Quando, também, os dados de um ensaio são correlacionados com outros dados e é necessário efetuar uma correção, a incerteza associada à correção deve ser tida em conta e aplicada antes de ser estimada a incerteza do ensaio em causa.

Exemplo

Para determinar o teor em água de um provete pelo método da secagem em estufa (NP-84: 1965) é necessário efetuar as seguintes medições:

- massa do recipiente (m_1);
- massa do recipiente com o provete húmido (m_2);
- massa do recipiente com o provete seco (m_3).

Estas medições são utilizadas na expressão que permite calcular o teor em água em conformidade com a definição apresentada anteriormente para esta mensuranda, com arredondamento à décima:

$$w = \frac{m_2 - m_3}{m_3 - m_1} \times 100$$

Estas medições, obtidas diretamente de pesagens realizadas numa balança, que se considera única, não são as únicas fontes de incerteza, pois certamente outros fatores (ambientais, de operação do equipamento, etc.) podem influenciar as medições contribuindo assim para a incerteza global da medição. De salientar que se está a partir do pressuposto que a amostra foi corretamente colhida, transportada, armazenada e preparada, não tendo ocorrido qualquer perda de humidade durante este processo.

As fontes de incerteza a considerar na determinação do teor em água são:

- exatidão da balança (associada às pesagens do recipiente, do recipiente com o provete húmido e do recipiente com o provete seco);
- correntes de convecção que possam afetar a determinação da massa seca quando uma amostra ainda quente é pesada, particularmente numa balança analítica;
- absorção de humidade durante o arrefecimento;
- garantia de massa constante.

Passo 3 – Quantificação da incerteza padrão para cada fonte de incerteza

À elaboração da lista de fontes de incerteza segue-se a quantificação da incerteza padrão associada a cada fonte de incerteza (u_i), ou seja, é necessário conhecer como é que cada fonte de incerteza pode afetar cada passo do ensaio e, por sua vez, o resultado final.

Para cada fonte de incerteza é necessário definir um dado intervalo de valores de ocorrência e a correspondente probabilidade associada a uma determinada distribuição estatística, o que pode ser estabelecido com base na classificação da sua forma de avaliação: tipo A ou tipo B. Estas formas de avaliação correspondem, respetivamente, a dois tipos de incerteza: incerteza tipo A e incerteza tipo B.

Incerteza tipo A

A avaliação feita a partir da análise estatística de uma série de observações é uma avaliação tipo A e dela resulta uma incerteza padrão do tipo A. Para o caso de m observações das quais se obtiveram os respetivos x_k resultados com média μ , a incerteza padrão u_i é o desvio-padrão experimental da média, dado pela expressão:

$$u_i = \sqrt{\frac{1}{m} \left[\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (x_k - \mu)^2 \right]} \quad (1)$$

Incerteza tipo B

Uma incerteza tipo B é a que resulta, naturalmente, de uma avaliação tipo B, ou seja, que foi obtida por outro qualquer método que não corresponde a uma avaliação do tipo A. Embora existam várias distribuições probabilísticas adequadas às incertezas tipo B, no caso dos ensaios de materiais de construção são as distribuições retangular e normal as de utilização mais corrente na estimativa da incerteza tipo B, pelo que são as únicas a serem referidas neste guia.

Quando não é conhecido exatamente onde poderá ocorrer um determinado valor da incerteza, neste caso é razoável atribuir à distribuição uma forma retangular onde a probabilidade de ocorrência de determinado valor dentro do intervalo estimado, com limites $-a$ e $+a$ (centrado no valor médio μ), é igual para todos os valores desse mesmo intervalo, conforme se representa graficamente na Figura 1.

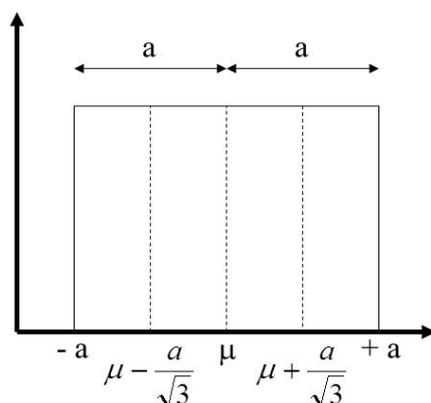


Figura 1 – Representação gráfica da distribuição retangular

Desta forma, a incerteza padrão u_i é o desvio-padrão dado pela seguinte expressão, onde o fator de distribuição (f) é igual a $\sqrt{3}$:

$$u_i = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Se a fonte de incerteza pode ser medida, por exemplo a exatidão de uma balança obtida por calibração (calculada com o fator de expansão $k=2$), então é razoável recorrer à distribuição normal, de utilização bastante conhecida, com fator de distribuição igual a $\sqrt{2}$.

Nos casos em que não for mesmo possível estabelecer a distribuição mais adequada à fonte de incerteza, recomenda-se a utilização da distribuição retangular como primeira aproximação, à qual estará certamente associada um majorante da estimativa da incerteza.

A cada fonte de incerteza é preciso ainda estimar o número de graus de liberdade (ν), que pode ser razoavelmente atribuído à distribuição estatística considerada. Para incertezas do tipo A, o número de graus de liberdade associado à série de m observações é simplesmente $m-1$. Em incertezas do tipo B, podem ser considerados basicamente dois casos: um em que é possível, com segurança, atribuir à distribuição estatística escolhida uma probabilidade de ocorrência de 100% e, então, o número de graus de liberdade é infinito, o que na prática, para efeitos de cálculo, se pode traduzir no valor de 500 000; o outro em que a probabilidade não é de 100% e, então, o número de graus de liberdade a considerar é calculado, por exemplo, de acordo com a formulação de Welch-Satterthwaite tal como se mostra no passo 5. Como simplificação, é corrente considerar o número de graus de liberdade igual a 50.

Relativamente à estimativa da incerteza relacionada com equipamentos calibrados, esta pode ser obtida dos certificados de calibração ou, alternativamente e se possível, basear-se nos valores especificados no método de ensaio para o equipamento em questão, sabendo que corresponderão a valores máximos para a incerteza padrão em causa. Outras incertezas relacionadas com a capacidade de leitura dos equipamentos, por exemplo, leituras dependentes de meniscos ou leituras intermédias entre marcas de comparadores analógicos também devem ser consideradas. A incerteza poderá ser calculada a partir de valores de tolerância disponibilizados em outras normas ou procedimentos operativos, como por exemplo o caso das tolerâncias indicadas na norma ISO para as dimensões de peneiros. Nestes casos, a incerteza deve ser estimada com base na distribuição retangular.

Os métodos de ensaio podem ainda quantificar explicitamente certas fontes de incerteza, como por exemplo o critério de massa constante na determinação do teor em água (0,1% da massa inicial do provete) e a massa do material retido em cada peneiro no ensaio de análise granulométrica pelo método de peneiração (não mais de 1% da massa do material retido durante 1 minuto de peneiração).

Nalguns casos, o laboratório poderá necessitar de realizar ensaios adicionais, mesmo que expeditos, para obter mais informação relativamente aos valores a adotar na estimativa da incerteza de determinadas fontes como, por exemplo, a influência de condições de temperatura e humidade. Em particular, isto poderá ser mais importante quando um componente se encontra dependente de outro valor medido mas que não está incluído explicitamente na equação da mensuranda, como é exemplo o caso da relação que existe entre o CBR e o teor em água do solo.

É muito importante ter em conta que quando a incerteza for calculada com base na incerteza de outro ensaio ou a partir de um valor especificado (por exemplo num certificado de calibração), este cálculo deve ser efetuado dividindo a incerteza expandida reportada pelo correspondente fator de expansão.

Exemplo

Tendo em conta o exposto anteriormente, as incertezas padrão (u_i) a considerar na determinação do teor em água são:

$u_b(m)$ – Balança

$u_w(m)$ – Correntes de convecção

$u_a(m)$ – Absorção no arrefecimento

$u_{cm}(m)$ – Massa constante

Desta forma, a expressão para a determinação do teor em água incorporando as incertezas padrão é [1]:

$$w = \frac{(m_2 \pm u_b) - (m_3 \pm u_b \pm u_w \pm u_a \pm u_{cm})}{(m_3 \pm u_b \pm u_w \pm u_a \pm u_{cm}) - (m_1 \pm u_b)} \times 100$$

Veja-se, em seguida, a quantificação de cada uma das incertezas padrão:

- A incerteza padrão associada à balança $u_b(m)$, pode ser obtida a partir do erro máximo admissível considerado no critério de aceitação da calibração. Considera-se que as três pesagens são efetuadas numa só balança. Trata-se de uma incerteza do tipo B e admite-se que a distribuição é retangular, com número de graus de liberdade de 50. Considerando por hipótese que $U_b(m) = 0,05$ g (por exemplo, o erro máximo admissível considerado para o critério de aceitação, tendo em conta a resolução da balança), então: $u_b(m) = 0,05/\sqrt{3} = 0,02887$ g.
- O efeito das correntes de convecção é, em princípio, muito diminuto. Uma estimativa desta componente pode ser de 0,004 g (cerca de 0,01% da massa do provete seco). Significa que a variação de valores se enquadra num intervalo de 0 a 0,004 g ($U_w(m) = 0,002$ g). Trata-se de uma incerteza do tipo B e a distribuição é retangular, com número de graus de liberdade de 50. Assim: $u_w(m) = 0,002/\sqrt{3} = 0,00115$ g.
- A absorção de água é, em geral, muito pequena. Pode ser estimada uma variação de 0 a 0,01 g (cerca de 0,04% da massa do provete seco), o que significa que $U_a(m) = 0,005$ g. Trata-se de uma incerteza do tipo B e admite-se que a distribuição é rectangular, com número de graus de liberdade de 50. Desta forma: $u_a(m) = 0,005/\sqrt{3} = 0,00289$ g.
- Para garantir massa constante, a norma NP-84 indica que a diferença entre pesagens efetuadas a intervalos de cerca de 4 horas não seja superior a 0,1% da massa inicial do provete. O valor de 53,68 g obtido no ensaio para o recipiente com o provete húmido dá o valor para o provete húmido de 30,90 g e, conseqüentemente, o valor estimado de 0,0309 g no máximo. Como este valor pode variar entre 0 e 0,0309 g, tem-se que $U_{cm}(m) = 0,0154$ g. Trata-se de uma incerteza do tipo B e a distribuição é retangular, com número de graus de liberdade de 50. Conseqüentemente: $u_{cm}(m) = 0,0154/\sqrt{3} = 0,00889$ g.

Na prática, $u_a(m)$ e $u_w(m)$ poderiam ser omitidas porque é razoável considerar que têm um efeito desprezável no cálculo da incerteza de medição combinada. No entanto, considerou-se importante que, por motivos pedagógicos, fossem incluídas no presente exemplo.

Passo 4 – Cálculo da incerteza combinada

O cálculo da incerteza combinada – incerteza padrão da grandeza objeto de medição $u(y)$ – consiste na aplicação da lei de propagação das incertezas, admitindo que a cada uma delas está agora associada uma distribuição normal. Na hipótese de que todas as fontes de incerteza são independentes, hipótese que foi recomendada no passo 2 e que se traduz em dizer que é nula a correlação entre as fontes de incerteza, a lei de propagação das incertezas tem a seguinte expressão mais simplificada:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u_i^2 \quad (3)$$

Admitindo que

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (4)$$

então a incerteza combinada resulta simplesmente da aplicação da expressão:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^n c_i^2 u_i^2 \quad (5)$$

Isto quer dizer que o quadrado da incerteza padrão do resultado da medição $u(y)$ resulta da soma dos quadrados das n incertezas padrão das grandezas de entrada $u_i(x_i)$, ponderados pelos respectivos pesos ou fatores de ponderação que se designam por coeficientes de sensibilidade c_i .

Quando existe uma relação simples (linear) entre uma variação no valor medido e a correspondente variação no valor final, isso significa que o coeficiente de sensibilidade é 1. Veja-se, como exemplo, o caso da medição do perímetro da secção transversal de um provete circular ($P = \pi d$) em que a variação de 1% no diâmetro conduz a uma variação igual no valor do perímetro. No entanto, nem sempre se tem uma relação desta natureza pelo que é necessário proceder à determinação do coeficiente de sensibilidade associado a cada incerteza padrão. Para o mesmo exemplo, se estiver a ser calculada a área da secção do provete, já não se verifica uma relação direta ou linear entre a medição do diâmetro e a área resultante ($A = \pi d^2/4$). Para este caso, a variação de 1% no diâmetro leva a uma variação de 2% no valor da área. Deste modo, o coeficiente de sensibilidade é de 2.

A determinação do coeficiente de sensibilidade associado a uma incerteza padrão pode basear-se diretamente no cálculo analítico da derivada parcial, se for conhecida expressamente a relação funcional que determina a mensuranda, ou no cálculo numérico baseado em pequenos incrementos. Em qualquer caso, o processo utilizado deve conduzir a que a incerteza final seja expressa nas mesmas unidades que o resultado a reportar. Relativamente ao método numérico simplificado, de aplicação mais geral, descreve-se seguidamente os seus passos de cálculo:

- a) registar um conjunto de dados e calcular o resultado;
- b) somar um pequeno incremento a apenas um dos dados, mantendo os restantes constantes. Recalcular o resultado;
- c) subtrair o resultado obtido em (b) ao primeiro resultado obtido em (a). Dividir este valor pelo valor do incremento adotado;
- d) repetir este processo, de (a) a (c), para cada medição associada ao resultado (restantes dados).

Exemplo

Método numérico

Na determinação do teor em água, um laboratório determina os valores das massas húmida e seca de um provete de ensaio, conforme indicado a seguir:

Passo (a)

$$\text{Teor em água (\%)} = (m_2 - m_3) / (m_3 - m_1) \times 100$$

$$\text{Massa do recipiente } (m_1) = 22,78 \text{ g}$$

$$\text{Massa do recipiente com o provete húmido } (m_2) = 53,68 \text{ g}$$

$$\text{Massa do recipiente com o provete seco } (m_3) = 47,92 \text{ g}$$

$$\text{Teor em água (\%)} = (53,68 - 47,92) / (47,92 - 22,78) \times 100 = 22,91169$$

Passo (b)

Com um pequeno incremento de 0,01 g somado à massa do recipiente com o provete húmido, calcular o novo valor de massa do recipiente com o provete húmido, isto é 53,68 g + 0,01 g = 53,69 g. Calcular então o novo valor de teor em água, isto é 22,95417 %

Passo (c)

A diferença no teor em água é $22,95417 - 22,91169 = 0,03978 \%$

O valor do coeficiente de sensibilidade calculado é então $c_{m_2} = 0,03978 / 0,01 = 3,978$

A unidade do coeficiente de sensibilidade é $\%g^{-1}$.

Passo (d)

Do mesmo modo, o valor do coeficiente de sensibilidade considerando o mesmo incremento para m_1 é 0,912 (c_{m1}) e para m_3 é -4,887 (c_{m3}).

Método analítico

Os coeficientes de sensibilidade, em $\%g^{-1}$, são calculados com base nas derivadas parciais em relação aos dados das massas obtidos no ensaio:

$$c_{m1} = \frac{\partial f}{\partial m_1} = \frac{m_2 - m_3}{(m_3 - m_1)^2} \times 100 = \frac{53,68 - 47,92}{(47,92 - 22,78)^2} \times 100 = 0,91173 \text{ g}^{-1}$$

$$c_{m2} = \frac{\partial f}{\partial m_2} = \frac{1}{m_3 - m_1} \times 100 = \frac{1}{47,92 - 22,78} \times 100 = 3,97772 \text{ g}^{-1}$$

$$c_{m3} = \frac{\partial f}{\partial m_3} = -\frac{m_1 - m_2}{(m_3 - m_1)^2} \times 100 = \frac{22,78 - 53,68}{(47,92 - 22,78)^2} \times 100 = -4,88714 \text{ g}^{-1}$$

Em resumo, uma vez calculados os coeficientes de sensibilidade c_i para cada componente da incerteza, o cálculo da incerteza combinada passa pelos seguintes passos intermédios:

- 1) para cada componente de incerteza, calcular o valor $c_i u_i$, multiplicando a incerteza padrão u_i pelo coeficiente de sensibilidade c_i ;
- 2) calcular o quadrado dos valores $c_i u_i$ de modo a expressá-los em termos de uma variância;
- 3) somar os valores individuais da variância de cada componente, de modo a obter o total das variâncias $u^2(y)$;
- 4) calcular a raiz quadrada da soma das variâncias para cada componente, obtendo-se a incerteza combinada para o resultado do ensaio $u(y)$.

Exemplo

Tendo em conta as incertezas padrão e os coeficientes de sensibilidade obtidos, o cálculo da incerteza combinada da grandeza teor em água é estruturado da seguinte forma:

Passo 1

$$c_{m1} u_b = 0,912 \times 0,02887 = 0,02632$$

$$c_{m2} u_b = 3,978 \times 0,02887 = 0,11483$$

$$c_{m3} u_b = -4,887 \times 0,02887 = 0,14108$$

$$c_{m3} u_w = -4,887 \times 0,00115 = 0,00564$$

$$c_{m3} u_a = -4,887 \times 0,00289 = 0,01411$$

$$c_{m3} u_{cm} = -4,887 \times 0,00889 = 0,04345$$

Passo 2

$$(c_{m1} u_b)^2 = (0,02632)^2 = 0,00069$$

$$(c_{m2} u_b)^2 = (0,11483)^2 = 0,01319$$

$$(c_{m3} u_b)^2 = (0,14108)^2 = 0,01990$$

$$(c_{m3} u_w)^2 = (0,00564)^2 = 0,00003$$

$$(c_{m3} u_a)^2 = (0,01411)^2 = 0,00020$$

$$(c_{m3} u_{cm})^2 = (0,04345)^2 = 0,00189$$

Passo 3

$$u^2(y) = 0,00069 + 0,01319 + 0,01990 + 0,00003 + 0,00020 + 0,00189 = 0,03590$$

Passo 4

$$u(y) = \sqrt{0,22282} = 0,18947\%$$

Passo 5 – Cálculo da incerteza expandida

Finalmente, a incerteza final da medição é a incerteza expandida $U(y)$ que resulta da multiplicação da incerteza combinada por um fator de expansão (k):

$$U = k u(y) \quad (6)$$

O fator de expansão traduz o grau de confiança desejado para o intervalo dentro do qual se pretende encontrar o valor da mensuranda. O seu valor está associado à distribuição estatística *t-Student* e é função do número de graus de liberdade (ν) e do limite do intervalo de confiança que se está a considerar.

O número de graus de liberdade é o valor inteiro calculado com base na incerteza padrão u , e no número de graus de liberdade ν_i associados a cada fonte de incerteza, obtido através da expressão de Welch-Satterthwaite:

$$\nu' = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{(c_i u_i)^4}{\nu_i}} \quad (7)$$

Caso o valor calculado de ν' não seja inteiro, então deve ser utilizado o valor truncado para o inteiro mais baixo.

Para um certo limite do intervalo de confiança e conhecendo o número de graus de liberdade é possível saber-se o fator de expansão associado, por exemplo, através do quadro apresentado em Anexo relativo à distribuição *t-Student* [6]. De um modo geral, o intervalo de confiança a considerar na estimativa da incerteza de medição é de 95%. Assim, para este intervalo de confiança e para um número elevado de graus de liberdade (distribuição normal), o fator de expansão tende para 2, valor que pode ser adotado numa abordagem simplificada. No caso do cálculo ser efetuado através do programa Excel da Microsoft, de utilização bastante generalizada, existe a possibilidade de utilizar automaticamente a função inversa da distribuição *t-Student*: “=INVT(0,0455;v)” ou “=TINV(0,0455;v)” consoante se utilize a versão portuguesa ou a versão inglesa, respetivamente, e para o intervalo de confiança de 95% como exemplo (relembra-se que v' é o número de graus de liberdade).

Exemplo

A aplicação da expressão de Welch-Satterthwaite permite calcular o número de graus de liberdade:

$$v' = \frac{(0,18947)^4}{\frac{(0,02632)^4}{50} + \frac{(0,11483)^4}{50} + \frac{(0,14108)^4}{50} + \frac{(0,00564)^4}{50} + \frac{(0,01411)^4}{50} + \frac{(0,0434)^4}{50}} = 112.$$

O número de graus de liberdade a considerar deve ser 112. A consulta do quadro do Anexo mostra que para este valor o factor de expansão associado ao nível de confiança de 95% é 2,00.

Finalmente, a incerteza expandida é:

$$U = 2,00 \times 0,18947 = 0,37895 \%$$

Tendo em conta o arredondamento que a norma específica para o teor em água (NP-84: 1965), então:

$$U(y) = 0,4 \%$$

5. APRESENTAÇÃO DA INCERTEZA

O valor da mensuranda (y) é associado à estimativa da sua incerteza de medição $U(y)$ da seguinte forma:

$$y \pm U(y) \quad (8)$$

O resultado do ensaio deve ser apresentado com o arredondamento e o número de algarismos significativos apropriado ou de acordo com as diretivas do procedimento de ensaio indicado na

norma ou especificação. Da mesma forma, a estimativa de incerteza da medição é apresentada na mesma unidade e arredondamento do resultado do ensaio, contendo no máximo, dois algarismos significativos.

Se for necessária a apresentação formal da incerteza de medição, por exemplo no relatório de ensaio, recomenda-se indicar sempre o fator de expansão utilizado e se este é um valor nominal ou se é resultado de cálculo (associado ao cálculo do número de graus de liberdade), bem como apresentar o nível de confiança associado, geralmente para 95 % de confiança. No entanto, esta informação é apenas um exemplo daquilo que se considera ser a informação básica necessária para fundamentar o resultado da estimativa da incerteza. A decisão sobre a forma e o conteúdo de apresentação desta ou de outra informação adicional, deve ser sempre ponderada caso a caso no enquadramento respetivo.

RELACRE, Lisboa, maio de 2013.

ANEXO – Distribuição t-Student [6]

Valor de $t_p(v)$ da distribuição t para graus de liberdade ν que define um intervalo de $-t_p(v)$ a $+t_p(v)$ englobando a fração p da distribuição.

Graus de liberdade ν	Fracção p em percentagem					
	68,27 ^(a)	90,00	95,00	95,45 ^(a)	99,00	99,73 ^(a)
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,8
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,96	2,000	2,576	3,000

^(a) Para uma quantidade z seguindo uma distribuição normal com valor esperado μ_z e desvio-padrão s , o intervalo $\mu_z \pm k\sigma$ engloba $p = 68,27; 95,45$ e $99,73$ por cento da distribuição para $k = 1, 2$ e 3 respectivamente.

Guia RELACRE

Estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção

Parte II

Exemplo 1

Solos

Determinação do teor em água

(NP-84: 1965)

PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A determinação do teor em água de solos apresentado neste exemplo segue o método de ensaio da norma Portuguesa NP-84: 1965.

Na determinação do teor em água de uma amostra de solo, a mensuranda é o teor em água (w) que é o valor, apresentado em percentagem e com arredondamento à décima, que resulta do cálculo feito segundo a seguinte expressão:

$$w = \frac{\text{massa de água}}{\text{massa de solo seco}} \times 100$$

Para tal, o método de ensaio descrito na norma, que se baseia na secagem em estufa, prevê a realização de pesagens para obtenção das seguintes massas:

- massa do recipiente (m_1);
- massa do recipiente com o provete húmido (m_2);
- massa do recipiente com o provete seco (m_3).

Estas medições são utilizadas no cálculo do teor em água em conformidade com a definição apresentada anteriormente para esta mensuranda de acordo com a seguinte expressão:

$$w = \frac{m_2 - m_3}{m_3 - m_1} \times 100$$

PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação do teor em água são:

- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente ($u_{b,m1}$);
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e provete húmido ($u_{b,m2}$);
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e provete seco ($u_{b,m3}$);
- correntes de convecção que possam afetar a determinação da massa seca quando uma amostra ainda quente é pesada, particularmente numa balança analítica (u_w);
- absorção de humidade durante o arrefecimento (u_a);
- garantia da massa constante (u_{cm}).

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

Tal como já foi referido, adotou-se neste guia que a massa constante é obtida quando a diferença entre pesagens efetuadas em intervalos de cerca de 4 horas não é superior a 1% da massa inicial do provete húmido, apesar da norma NP-84 indicar o valor de 0,1%.

PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de $\sqrt{3}$ e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação direta da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de Welch-Satterthwaite. Adotou-se o intervalo de confiança de 95%. O factor de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados finais são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Passo 2 Fontes de incerteza	Passo 3 Tipo de incerteza	Passo 3 Tipo de distribuição	Passo 3 Factor de distribuição	Passo 3 Incerteza-padrão (u_i)	Passo 3 Número de graus de liberdade (ν_i)	Passo 4 Coeficientes de sensibilidade (c_i)	Passo 4 Incerteza combinada ($u(y)$)	Passo 5 Número de graus de liberdade (ν) e factor de expansão (k)	Passo 5 Incerteza expandida (U)	DADOS	RESULTADOS
2	Dados e cálculos											
3												
4	Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens							
5					m_1	m_2	m_3					
6	Massa do recipiente (g)	m_1	22.78	0.01	22.79	22.78	22.78	22.78				
7	Massa do recipiente + provete húmido (g)	m_2	53.68	0.01	53.68	53.69	53.68	53.68				
8	Massa do recipiente + provete seco (g)	m_3	47.92	0.01	47.92	47.92	47.92	47.93				
9	Massa de água (g)		5.76		5.76	5.77	5.75					
10	Massa de solo seco (g)		25.14		25.13	25.14	25.15					
11	Teor em água (%)		22.91169		22.92081	22.95147	22.86282					
12	Resultado arredondado (%)		22.9									
13												
14	Estimativa da incerteza											
15	Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	U_i	u_i	Número de graus de liberdade (ν_i)	c_i	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
16	Massa do recipiente	Balança (m_1)	$u_{b,m1}$	B	Rectangular	1.7321	0.050	0.02887	50	0.912	0.02632	0.00069
17	Massa do recipiente + provete húmido	Balança (m_2)	$u_{b,m2}$	B	Rectangular	1.7321	0.050	0.02887	50	3.978	0.11483	0.01319
18	Massa do recipiente + provete seco	Balança (m_3)	$u_{b,m3}$	B	Rectangular	1.7321	0.050	0.02887	50	-4.887	-0.14108	0.01990
19		Correntes de convecção	u_w	B	Rectangular	1.7321	0.002	0.00115	50	-4.887	-0.00564	0.00003
20		Absorção	u_a	B	Rectangular	1.7321	0.005	0.00289	50	-4.887	-0.01411	0.00020
21		Massa constante	u_{cm}	B	Rectangular	1.7321	0.0154	0.00889	50	-4.887	-0.04345	0.00189
22											$u^2(y)=$	0.03590
23	Resultados										$u(y)=$	0.18947
24	Teor em água		22.9 %								$\nu=$	112
25	Incerteza expandida	±	0.4 %								$k=$	2.00
26	Nível de confiança		95 %								$U=±$	0.37895
27	Factor de expansão		2.00									
28												
29	Observações e comentários											
30												
31												
32												
33												

Guia RELACRE

Estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção

Parte II

Exemplo 2

Solos

Ensaio de compactação

(LNEC E 197 – 1966)

PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

O ensaio de compactação permite conhecer a baridade seca máxima e o teor em água ótimo de um solo compactado através da curva de compactação traçada com base na compactação de 6 provetes segundo a especificação LNEC E 197 – 1966.

Para cada provete compactado, as mensurandas a considerar neste ensaio são a baridade seca, também designada por massa volúmica seca (γ_d), e o teor em água (w). A estimativa da incerteza do teor em água é apresentada no Exemplo 1. No que diz respeito à massa volúmica seca, o seu valor é dado pela expressão:

$$\gamma_d = \frac{\text{massa de solo seco}}{\text{volume}}$$

Segundo a especificação do ensaio, na determinação da massa volúmica seca associada à compactação dum provete é necessário conhecer as seguintes grandezas:

- massa do molde (m_4);
- massa do molde e do provete húmido (m_5);
- volume do molde (v).

Conhecendo o teor em água do provete (w) segundo a norma NP-84: 1965, então a massa volúmica seca é obtida pela seguinte expressão:

$$\gamma_d = \frac{m_5 - m_4}{v} \cdot \frac{100}{1 + w}$$

PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação da massa volúmica seca são:

- exatidão da balança associada à pesagem do molde ($u_{b,m4}$);
- exatidão da balança associada à pesagem do molde e do provete húmido ($u_{b,m5}$);
- exatidão do instrumento de medição para conhecimento das dimensões do molde cilíndrico necessárias ao cálculo do volume – diâmetro e altura (u_{v1});
- teor em água da massa de solo (u_{wa});
- energia de compactação aplicada pelo sistema utilizado no ensaio (u_{E1}).

De acordo com o ponto 4 do presente Guia, não se consideram os arredondamentos como fontes de incerteza, uma vez que estes são indicados pelo método de ensaio.

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuições retangular e triangular, com fatores de distribuição de $\sqrt{3}$ e $\sqrt{6}$, respetivamente, e número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de Welch-Satterthwaite. Adotou-se o intervalo de confiança de 95%. O factor de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados finais são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Passo 2 Fontes de incerteza	Passo 3 Tipo de incerteza	Passo 3 Tipo de distribuição	Passo 3 Factor de distribuição	Passo 3 Incerteza-padrão (u_i)	Passo 3 Número de graus de liberdade (ν_i)	Passo 4 Coeficientes de sensibilidade (c_i)	Passo 4 Incerteza combinada ($u(y)$)	Passo 5 Número de graus de liberdade (ν_1) e factor de expansão (k)	Passo 5 Incerteza expandida (U)	DADOS	RESULTADOS
2												
3	Dados e cálculos (teor em água)											
4	Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens							
5					m_1	m_2	m_3					
6	Massa do recipiente (g)	m_1	60.56	0.1	60.66	60.56	60.56					
7	Massa do recipiente + provete húmido (g)	m_2	180.12	0.1	180.12	180.22	180.12					
8	Massa do recipiente + provete seco (g)	m_3	171.03	0.1	171.03	171.03	171.13					
9	Massa de água (g)		9.09		9.09	9.19	8.99					
10	Massa de solo seco (g)		110.47		110.37	110.47	110.57					
11	Teor em água (%)		8.22848		8.23593	8.31900	8.13060					
12	Resultado arredondado (%)		8.2									
13												
14	Cálculos auxiliares: volume do molde											
15	Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nos volumes							
16					v_1	v_2						
17	Diâmetro do molde (cm)	d	15.05	0.01	15.06	15.05						
18	Altura do molde (cm)	h	11.21	0.01	11.21	11.22						
19	Volume do molde (cm ³)	V	1994.198999		1996.849977	1995.977945						
20												
21	Cálculos auxiliares: energia de compactação pesada (275 pancadas)											
22				$(g=9,81 \text{ cm/s}^2)$								
23	Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nos volumes							
24					v_1	v_2						
24	Massa do pilão (kg)	m_p	4.54	0.004	4.544	4.540						
25	Altura de queda do pilão (m)	h_p	0.457	0.001	0.457	0.458						
26	Energia de compactação (N.m.275)	E	5597.237745		5602.169232	5609.48553						
27												
28	Dados e cálculos (massa volúmica)											
29	Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo das variações nas massas volúmicas							
30					a_1	a_2	a_3	a_4				
31	Massa do molde (g)	m_4	3100	1	3101	3100	3100	3100				
32	Massa do molde + provete húmido (g)	m_5	6700	1	6700	6701	6700	6700				
33	Volume do molde (cm ³)	v	1994	0.872032293	1994	1995	1995	1995				
34	Teor em água (%)	w	8.2	0.774	8.228	8.228	8.228	9.002				
35	Energia de compactação (N.m.275)	E	5597.2	7.316	5597.2	5597.2	5597.2	5597.2				
36	Massa do provete húmido (g)		3600		3599	3601	3600	3600				
37	Massa volúmica húmida (g/cm ³)		1.805		1.805	1.806	1.804	1.804				
38	Massa volúmica seca (g/cm ³)		1.668		1.668	1.668	1.667	1.655				

ESTIMATIVA DA INCERTEZAS DE MEDIÇÃO EM ENSAIOS DE MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
39	Estimativa da incerteza do teor em água											
40	Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	U_i	u_i	Número de graus de liberdade (ν_i)	c_i	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
41	Massa do recipiente	Balança (m_1)	$u_{b,m1}$	B	Rectangular	1.7321	0.500	0.28868	50	0.075	0.02152	0.00046
42	Massa do recipiente + provete húmido	Balança (m_2)	$u_{b,m2}$	B	Rectangular	1.7321	0.500	0.28868	50	0.905	0.26132	0.06829
43	Massa do recipiente + provete seco	Balança (m_3)	$u_{b,m3}$	B	Rectangular	1.7321	0.500	0.28868	50	-0.979	-0.28256	0.07984
44		Correntes de convecção	u_w	B	Rectangular	1.7321	0.020	0.01155	50	-0.979	-0.01130	0.00013
45		Absorção	u_a	B	Rectangular	1.7321	0.050	0.02887	50	-0.979	-0.02826	0.00080
46		Massa constante	u_{cm}	B	Rectangular	1.7321	0.0154	0.00889	50	-0.979	-0.00870	0.00008
47											$u^2(y)=$	0.14959
48	Resultados do teor em água											
49	Teor em água											
50	Incerteza expandida \pm 8.2 %											
51	Nível de confiança 95 %											
52	Factor de expansão 2.00											
53											$u(y)=$	0.38677
54	Estimativa da incerteza da massa volúmica seca											
55	Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	U_i	u_i	Número de graus de liberdade (ν_i)	c_i	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
56	Volume do molde	Molde (V_1)	u_{V1}	B	Rectangular	1.7321	0.87203	0.50347	50	0.01440	0.0072520	0.00005
57	Energia de compactação	Pilão (E_1)	u_{E1}	B	Triangular	2.4495	7.32	2.98687	50	0.00000005	0.0000002	0.00000
58	Massa do molde	Balança (m_4)	$u_{b,m4}$	B	Rectangular	1.7321	1.00	0.57735	50	0.00046	0.0002675	0.00000
59	Massa do molde + provete húmido	Balança (m_5)	$u_{b,m5}$	B	Rectangular	1.7321	1.00	0.57735	50	0.000	0.0002675	0.00000
60	Porcentagem de água	Determin. do teor em água	u_{wa}	B	Rectangular	1.7321	0.77	0.44661	50	-0.016	-0.0072520	0.00005
61											$u^2(y)=$	0.00011
62	Resultados da massa volúmica seca											
63	Massa volúmica seca											
64	Incerteza expandida \pm 1.668 g/cm ³											
65	Nível de confiança 95 %											
66	Factor de expansão 2.00											
67											$u(y)=$	0.01028
68	Observações e comentários											
69												
70												
71												
72												

Guia RELACRE

Estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção

Parte II

Exemplo 3

Agregados

Ensaio de equivalente de areia

(NP EN 933-8: 2002)

PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A determinação do equivalente de areia apresentado neste exemplo segue o método de ensaio da norma europeia NP EN 933-8: 2002.

Com a determinação do equivalente de areia pretende-se quantificar o teor de finos, na fração 0/2 mm, de agregados finos e *tout-venant* naturais.

A determinação do equivalente de areia de um agregado (SE) consiste no cálculo da média (arredondada à unidade) dos valores de equivalente de areia obtidos em dois ensaios individuais realizados sobre o mesmo provete de ensaio (duplicados), arredondados à décima. O valor de equivalente de areia (SE) obtido em cada ensaio é calculado pela altura do sedimento, expressa como uma percentagem da altura total do material floculado numa proveta cilíndrica, de acordo com a expressão:

$$SE = \frac{\text{altura do sedimento na proveta } (h_2)}{\text{altura total do material floculado na proveta } (h_1)} \times 100$$

Para tal, o método de ensaio descrito na norma prevê a realização de medições das alturas h_1 e h_2 com uma régua graduada:

- altura total do material floculado na proveta (h_1);
- altura do sedimento floculado na proveta (h_2).

Estas medições são utilizadas no cálculo do valor do equivalente de areia de acordo com a seguinte expressão:

$$SE = \frac{h_2}{h_1} \times 100$$

PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação do equivalente de areia são:

- exatidão da régua utilizada para efetuar as medições (u_{rd});
- incerteza de calibração da régua (u_{rc});
- erro de paralaxe (u_o);

- estabilidade do método de ensaio (u_{me});
- dilatação térmica da água (u_{md});
- desvio-padrão experimental da amostra (u_{dp}).

De acordo com o ponto 4 do presente Guia, não se consideram os arredondamentos como fontes de incerteza uma vez que estes são indicados pelo método de ensaio.

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

A quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fatores de distribuição e o número de graus de liberdade que lhes estão associados.

Dada a natureza das fontes de incerteza, foram todas consideradas do tipo B. Adotou-se a distribuição retangular e o fator de distribuição $\sqrt{3}$ para a maioria das fontes de incerteza, tendo-se considerado a distribuição normal e o fator de distribuição 1, apenas para as fontes de incerteza relacionadas com a calibração dos equipamentos. Considerou-se, simplifcadamente, sempre o número de graus de liberdade de 50.

Para a quantificação da incerteza padrão relacionada com o uso da régua, considerou-se o valor da sua divisão e o respectivo certificado de calibração. Estimou-se como possível erro de paralaxe, por parte do operador, também o valor da divisão da régua. Considerou-se para o cálculo do efeito da dilatação térmica da água, o coeficiente de dilatação térmica da água a 20 °C, de $0,00021 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e para a estabilidade do método uma variação também de 1mm. Considerou-se ainda aceitável, face à experiência na realização deste ensaio, um desvio padrão experimental da amostra de 2.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de Welch-Satterthwaite. Adotou-se o intervalo de confiança de 95%. O factor de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro exemplo com tonalidade de cor azul.

Os resultados finais são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

A		B		C		D		E		F		G		H		I		J		K		L		M		N	
Passo 2		Passo 3		Passo 3		Passo 3		Passo 3		Passo 3		Passo 4		Passo 4		Passo 5		Passo 5		DADOS		RESULTADOS					
Fontes de incerteza		Tipo de incerteza		Tipo de distribuição		Factor de distribuição		Incerteza-padrão (u)		Número de graus de liberdade (v)		Coeficientes de sensibilidade (c _i)		Incerteza combinada (u(y))		Número de graus de liberdade (v _y) e factor de expansão (k)		Incerteza expandida (U)									
Dados e cálculos (1 ensaio individual) - 1ª Provete																											
Dados e cálculos (1 ensaio individual) - 2ª Provete																											
Parâmetro		Símbolo		Valor		Incremento		Cálculo dos incrementos nas medições		Parâmetro		Símbolo		Valor		Incremento		Cálculo dos incrementos nas medições									
								h1										h1									
h1		h2		124		0.5		125		124		122		0.5		123		122									
h2		91		0.5		91		92		90		0.5		90		91		91									
SE ₁		73.71		73.7		73.41		74.11		74.10		74.1		73.80		74.51											

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
44	Estimativa da incerteza do ensaio SE (média de S1 e S2)													
45	Fonte de incerteza		Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	U_i	u_i	Número de graus de liberdade (ν)	c_i	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$		
46	SE ₁		u_{SE1}					0.53001	50	0.5	0.26501	0.07023		
47	SE ₂		u_{SE2}					0.53986	50	0.5	0.26993	0.07286		
48	Desvio padrão experimental da amostra**		u_B					2	50	1.0	2.00000	4.00000		
49												$u^2(y)=$	4.14309	
50	**considera-se que 2 é um valor razoável de dispersão entre dois ensaios individuais.											$u(y)=$	2.03546	
51												$v=$	53	
52												$k=$	2.00	
53												$U=±$	4.07092	
54	Resultados													
55	Equivalente de area SE [(SE1+SE2)/2]			74										
56	Incerteza expandida		±	4.1 %										
57	Nível de confiança			95 %										
58	Factor de expansão			2.00										
59														
60	Observações e comentários													
61														
62	*Dilatação térmica da água													
63	Cv - coeficiente dilatação térmica água (20 °C) = 0.00021 °C ⁻¹													
64	$\Delta V = V_1 \cdot C_v \cdot \Delta T$													
65	$\Delta h = h_1 \cdot C_v \cdot \Delta T$ $\Delta h = 0.00021 \cdot 6 \cdot h_1$													
66	$\Delta T = 6^\circ C (23 \pm 0.00126 h_1)$ $U = (0.00126/2) \cdot h_1$													
67														
68														

Guia RELACRE

Estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção

Parte II

Exemplo 4

Agregados

Determinação da resistência à fragmentação – Los Angeles

(NP EN 1097-2: 2010)

PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A determinação da resistência à fragmentação pelo método de Los Angeles, apresentada neste exemplo, segue o método de ensaio da norma Portuguesa NP EN 1097-2: 2011.

Na determinação da resistência à fragmentação de uma amostra de agregado, a mensuranda é o coeficiente de Los Angeles que é o valor, apresentado adimensional e com arredondamento à unidade, que resulta do cálculo feito segundo a seguinte expressão:

$$LA = \frac{5000 - massa}{50}$$

Para tal, o método de ensaio descrito na norma prevê a realização de pesagens para obtenção das seguintes massas:

- massa do recipiente (m_1);
- massa do recipiente com o provete inicial (m_2);
- massa do recipiente com o provete final (m_3).

Estas medições são utilizadas no cálculo do coeficiente de Los Angeles em conformidade com a definição apresentada anteriormente para esta mensuranda de acordo com a seguinte expressão:

$$LA = \frac{(m_2 - m_1) - (m_3 - m_1)}{(m_2 - m_1)} \times 100$$

PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação do coeficiente de Los Angeles são:

- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente ($u_{b,m1}$);
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e provete inicial ($u_{b,m2}$);
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e provete final ($u_{b,m3}$);
- correntes de convecção que possam afetar a determinação da massa seca quando uma amostra ainda quente é pesada, particularmente numa balança analítica (u_w);
- garantia da massa constante (u_{cm});
- repetibilidade (Anexo E da norma) (u_r).

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela. Outras grandezas, como por exemplo as associadas às características da máquina de ensaio e da carga abrasiva, uma vez que cumpram as especificações da norma, são consideradas com uma influência relativa muito reduzida pelo que se podem desprezar.

PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de $\sqrt{3}$ e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de Welch-Satterthwaite. Adotou-se o intervalo de confiança de 95%. O factor de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados finais são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Passo 2 Fontes de incerteza	Passo 3 Tipo de incerteza	Passo 3 Tipo de distribuição	Passo 3 Factor de distribuição	Passo 3 Incerteza-padrão (u_i)	Passo 3 Número de graus de liberdade (ν_i)	Passo 4 Coeficientes de sensibilidade (c_i)	Passo 4 Incerteza combinada ($u(y)$)	Passo 5 Número de graus de liberdade (ν) e factor de expansão (k)	Passo 5 Incerteza expandida (U)	DADOS	RESULTADOS
2	Dados e cálculos											
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14	Estimativa da incerteza											
15	Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	U_i	u_i	Número de graus de liberdade (ν_i)	c_i	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
16	Massa do recipiente	Balança (m_1)	$u_{b,m1}$	B	Rectangular	1,7321	0,500	0,28868	50	0,020	0,00577	0,00003
17	Massa do recipiente + provete inicial	Balança (m_2)	$u_{b,m2}$	B	Rectangular	1,7321	0,500	0,28868	50	0,000	0,00000	0,00000
18	Massa do recipiente + provete final	Balança (m_3)	$u_{b,m3}$	B	Rectangular	1,7321	0,500	0,28868	50	-0,020	-0,00577	0,00003
19		Correntes de convecção	u_w	B	Rectangular	1,7321	0,250	0,14434	50	-0,020	-0,00289	0,00001
20		Massa constante	u_{cm}	B	Rectangular	1,7321	2,500	1,44338	50	-0,020	-0,02887	0,00083
21		Repetibilidade (Anexo E da Norma)	u_r	B	Rectangular	1,7321	1,596	0,92152	50	1,000	0,92152	0,84920
22											$u^2(y)=$	0,85011
23	Resultados										$u(y)=$	0,92201
24	Los Angeles										$\nu=$	50
25	Incerteza expandida										$k=$	2,00
26	Nível de confiança										$U=\pm$	1,84403
27	Factor de expansão											
28												
29	Observações e comentários											
30												
31												
32												
33												

Guia RELACRE

Estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção

Parte II

Exemplo 5

Betão

Resistência à compressão de provetes de ensaio

(NP EN 12390-3: 2011)

PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A resistência à compressão de provetes de ensaio de betão neste exemplo segue o método de ensaio da norma Portuguesa NP EN 12390-3: 2011.

Na determinação da resistência à compressão de provetes de ensaio de betão, a mensuranda é a resistência à compressão (σ) que é o valor arredondado à décima, resultante do cálculo feito com a seguinte expressão:

$$\sigma = \frac{\text{força}}{\text{área do provete}}$$

Para tal, o método de ensaio descrito na norma, prevê a realização das seguintes medições:

- força de rotura do provete (F);
- área da secção do provete (A), pela medição geométrica de dimensões conforme o procedimento da norma.

Desta forma, a mensuranda é obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação da resistência à compressão de provetes de ensaio de betão são:

- exatidão da máquina de ensaio utilizada para medição da força de rotura (u_F);
- degradação da máquina de ensaio desde a última calibração (u_{deg});
- exatidão do paquímetro (ou régua) utilizado na medição da área do provete (u_A);
- repetibilidade da medição da área do provete (u_{med});
- repetibilidade do método de ensaio (u_{repl});
- arredondamento de resultados (u_{arred}).

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fatores de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de $\sqrt{3}$ e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de Welch-Satterthwaite. Adotou-se o intervalo de confiança de 95%. O factor de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados finais são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Passo 2 Fontes de incerteza	Passo 3 Tipo de incerteza	Passo 3 Tipo de distribuição	Passo 3 Factor de distribuição	Passo 3 Incerteza-padrão (u_i)	Passo 3 Número de graus de liberdade (ν_i)	Passo 4 Coeficientes de sensibilidade (c_i)	Passo 4 Incerteza combinada ($u(y)$)	Passo 5 Número de graus de liberdade (ν) e factor de expansão (k)	Passo 5 Incerteza expandida (U)	DADOS	RESULTADOS
2												
3	Dados e cálculos											
4	Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos			Resultados				
5					F	A						
6	Força	F	751.5	0.1	751.6	22495		33.412				
7	Área do Provete	A	22495	1	751.5	22496		33.406				
8	Resultado		33.407									
9												
10												
11												
12	Resultado arredondado (%)		33.4									
13												
14	Estimativa da incerteza											
15	Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	U_i	u_i	Número de graus de liberdade (ν_i)	c_i	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
16	Força	Erro máximo admissível	u_F	B	Rectangular	1.7321	7.520	4.34167	50	0.0444543	0.19301	0.037251
17	Força	Degradação da máquina	u_{deg}	B	Rectangular	1.7321	3.760	2.17084	50	1.0000000	2.17084	4.712533
18	Área do Provete	Erro máximo admissível	u_A	B	Rectangular	1.7321	0.750	0.43301	50	-0.0014850	-0.00064	0.000000
19	Área do Provete	Repetibilidade da med. Arestas	u_{med}	B	Rectangular	1.7321	0.100	0.05774	50	1.0000000	0.05774	0.003333
20		Arredondamento de resultados	u_{arred}	B	Rectangular	1.7321	0.050	0.02887	500000	1.0000000	0.02887	0.000833
21		Repetibilidade do método	u_{rept}	B	Rectangular	1.7321	1.070	0.61776	50	1.0000000	0.61776	0.381633
22											$u^2(y)=$	0.39185
23	Resultados										$u(y)=$	0.62598
24	Resistência à compressão		33.4 MPa								$\nu=$	50
25	Incerteza expandida	±	1.3 MPa								$k=$	2.05
26	Nível de confiança		95 %								$U=±$	1.28405
27	Factor de expansão		2.05									
28												
29	Observações e comentários											
30	Dados U_i retirados das folha de cálculo auxiliares											
31	Número de graus de liberdade efectivos admitidos = 50											
32												
33												